При движении жидкости в сквозных капиллярах под действием капиллярных сил скорость подъема жидкости прямо пропорциональна радиусу r капилляра, разности капиллярного Pk и гидростатического Pг давлений и обратно пропорциональна высоте подъема жидкости *l* и динамической вязкости *η*  (уравнение Пуазейля):

, (1)

Капиллярное и гидростатическое давления определяются формулами:

, (2)

где σ- поверхностное натяжение, Θ - краевой угол смачивания, *l* - длина пропитанного участка капилляра, ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободного падения, α- угол наклона капилляра по отношению к горизонтальной плоскости.

Гидростатическое [давление](http://www.xumuk.ru/encyklopedia/1165.html) растет по мере увеличения высоты поднятия, в то время как капиллярное [давление](http://www.xumuk.ru/encyklopedia/1165.html) остается неизменным. Поэтому в некоторый момент времени t, достигнув некоторого значения длины *l*max, впитывание прекратится вследствие равенства Рк = Рг. Поэтому

, (3)

где lmax – предельная длина впитывания [жидкости](http://www.xumuk.ru/encyklopedia/1545.html) в капилляр, rе - эффективный радиус капилляра (введение этого понятия обусловлено тем, что радиус капилляров ткани, бумаги, почвы не является неизменным по длине).

С учетом выражений (2) и уравнения (3) запишем уравнение (1) в виде:

. (4)

Заменим объемную скорость на линейную:

. (5)

Из уравнений (4) и (5) следует:

. (6)

Разделяя переменные, получим:

. (7)

Обозначив

 (8)

и учтя, что для вертикальных капилляров sin α =1, получаем:

. (9)

После интегрирования (9) в пределах от t =0 до t и от *l*=0 до *l* получаем:

. (10)

Разлагая логарифмическую функцию в степенной ряд и пренебрегая высшими членами разложения, приведем уравнение (10) к следующему виду:

. (11)

Перепишем уравнение (11):

.  (12)

Полученное уравнение показывает, что отношение *l*/t линейно зависит от величины 1/*l*, то есть чем выше высота поднятия воды, тем медленнее это поднятие происходит. Это хорошо согласуется с результатами моих экспериментов (часть 1 исследовательской работы). Для наглядного подтверждения согласованности опытных данных и математической модели (12) воспользуюсь результатами измерений высоты поднятия воды по капиллярам фильтровальной бумаги при температуре 90**°**C, рассчитав на их основании показатели *l*/t и 1/*l* (табл. 1). Рис. 1 позволяет увидеть, что экспериментальные точки действительно довольно хорошо ложатся на прямую.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| t, с | *l*, мм | 1/*l* м -1 | *l*/t мм/c |
| 5 | 9 |  111 | 1.80 |
| 10 | 12 | 83 | 1.20 |
| 15 | 14 | 71 | 0.93 |
| 20 | 16 | 63 | 0.80 |
| 30 | 18 | 56 | 0.60 |
| 40 | 20 | 50 | 0.50 |
| 50 | 22 | 45 | 0.44 |
| 60 | 24 | 42 | 0.40 |
| 70 | 26 | 38 | 0.37 |
| 80 | 28 | 36 | 0.35 |
| 90 | 30 | 33 | 0.33 |
| 100 | 32 | 31 | 0.32 |
| 110 | 34 | 29 | 0.31 |
| 120 | 36 | 28 | 0.30 |
| 140 | 38 | 26 | 0.27 |
| 160 | 40 | 25 | 0.25 |
| 180 | 42 | 24 | 0.23 |
| 200 | 43 | 23 | 0.21 |
| 220 | 44 | 22 | 0.20 |
| 240 | 45 | 22 | 0.19 |

 Таблица1



Рис. 1. Зависимость скорости движения воды по капиллярам от высоты ее поднятия: экспериментальные данные и теоретическая прямая (х = 1/*l*, у = *l*/t, где *l* – высота поднятия воды, t – время поднятия)